



**OPOSICIONES AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA  
SECUNDARIA EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS**

Madrid 2023

(Cada uno de los ejercicios debe aparecer convenientemente razonado)

1. Probar que la siguiente sucesión  $b_n = (-1)^n \frac{1}{n!}$  converge (1 punto) y hallar su límite. (1,5 puntos)
- 

2. Se da la siguiente curva en coordenadas polares:

$$r = 2 - 2\cos\theta$$

- 2.1. ¿Cómo se denomina a esta familia de curvas? (0,5 puntos).  
2.2. Realizar la representación gráfica de la curva de forma aproximada y a mano alzada. (0,5 puntos)  
2.3. Discutir sus simetrías. (0,5 puntos)  
2.4. Calcular la longitud de arco total de dicha curva. (1 punto)
- 

3. Una urna contiene 4 bolas rojas y 6 bolas blancas. Una segunda urna contiene 6 bolas rojas y 4 blancas.

Se traslada una bola de la primera urna a la segunda y a continuación se extrae una bola de la segunda urna.

- 3.1. ¿Forman los sucesos “trasladar una bola roja o una bola blanca de la primera urna a la segunda” un sistema completo? Razonar la respuesta. (1 punto)  
3.2. Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea blanca. (1,5 puntos)
- 

4. Consideremos las siguientes bases de  $\mathbb{R}^2$ :  $\{e_1 = (1,0), e_2 = (0,1)\}$  y  $\{f_1 = (1,3), f_2 = (2,5)\}$ .

- 4.1. Hallar la matriz Q de cambio de base de  $\{f_i\}$  a  $\{e_i\}$ . (0,5 puntos)  
4.2. Verificar que se cumple  $Q = P^{-1}$  siendo P la matriz de cambio de base de  $\{e_i\}$  a  $\{f_i\}$ . (0,5 puntos)  
4.3. Mostrar que  $[T]_f = P^{-1} [T]_e P$ , para el operador T sobre  $\mathbb{R}^2$  definido de la forma:  $T(x,y) = (2y, 3x - y)$ . (1,5 puntos)