



**OPOSICIONES AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA
SECUNDARIA EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS**

Madrid 2023

(Cada uno de los ejercicios debe aparecer convenientemente razonado)

1. Probar que la siguiente sucesión $b_n = (-1)^n \frac{1}{n!}$ converge (1 punto) y hallar su límite. (1,5 puntos)
-

2. Se da la siguiente curva en coordenadas polares:

$$r = 2 - 2\cos\theta$$

- 2.1. ¿Cómo se denomina a esta familia de curvas? (0,5 puntos).
2.2. Realizar la representación gráfica de la curva de forma aproximada y a mano alzada. (0,5 puntos)
2.3. Discutir sus simetrías. (0,5 puntos)
2.4. Calcular la longitud de arco total de dicha curva. (1 punto)
-

3. Una urna contiene 4 bolas rojas y 6 bolas blancas. Una segunda urna contiene 6 bolas rojas y 4 blancas.

Se traslada una bola de la primera urna a la segunda y a continuación se extrae una bola de la segunda urna.

- 3.1. ¿Forman los sucesos “trasladar una bola roja o una bola blanca de la primera urna a la segunda” un sistema completo? Razonar la respuesta. (1 punto)
3.2. Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea blanca. (1,5 puntos)
-

4. Consideremos las siguientes bases de \mathbb{R}^2 : $\{e_1 = (1,0), e_2 = (0,1)\}$ y $\{f_1 = (1,3), f_2 = (2,5)\}$.

- 4.1. Hallar la matriz Q de cambio de base de $\{f_i\}$ a $\{e_i\}$. (0,5 puntos)
4.2. Verificar que se cumple $Q = P^{-1}$ siendo P la matriz de cambio de base de $\{e_i\}$ a $\{f_i\}$. (0,5 puntos)
4.3. Mostrar que $[T]_f = P^{-1} [T]_e P$, para el operador T sobre \mathbb{R}^2 definido de la forma: $T(x,y) = (2y, 3x - y)$. (1,5 puntos)