CS-3.1	Enunciado de Prueba	Año:	2023
Especialidad:	590 006 MATEMÁTICAS		

Prueba	Prueba 1.A acceso 1 y 2 / Prueba parte A en el caso del acceso 5.	Acceso:	1, 2 y 5

Elige una de las dos opciones e indícalo en la parte superior izquierda de la primera hoja donde realices los ejercicios.

Opción I

1. El número de cuatro cifras aabb tiene 21 divisores. Calcula a+b, si se sabe que uno de sus divisores es el número 8.

2. Tenemos cien urnas de tres tipos. El primer tipo contiene 8 bolas blancas y 2 negras; el segundo tipo, 4 blancas y 6 negras; el tercero tipo, 1 blanca y 9 negras. Se elige una urna al azar y se extrae de ella una bola, que resulta ser blanca. Se devuelve la bola a la urna y se repite el proceso, siendo ahora la bola extraída negra. Si sabemos que 16/39 es la probabilidad de que, siendo la bola blanca, proceda del primer tipo de urna y que 30/61 es la probabilidad de que, siendo la bola negra, proceda del segundo tipo de urna, calcúlese el número de urnas de cada tipo.

3. La rapidez con que cierto medicamento se disemina en el flujo sanguíneo se rige por la ecuación diferencial

$$\frac{dX}{dt} = A - BX; \quad X(0) = 0$$

donde A y B son constantes positivas. La función X(t) describe la concentración del medicamento en el flujo sanguíneo en un instante cualquiera t. Encontrar el valor límite de X cuando $t \to \infty$. ¿Cuánto tarda la concentración en alcanzar la mitad de este valor límite?

4. Sean z_1, z_2, z_3 tres números complejos tales que $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Prueba que z_1, z_2, z_3 son los vértices de un triángulo equilátero si, y solo si, $z_1+z_2+z_3=0$.

CS-3.1	Enunciado de Prueba	Año:	2023
Especialidad:	590 006 MATEMÁTICAS		

Prueba	Prueba 1.A acceso 1 y 2 / Prueba parte A en el caso del acceso 5.	Acceso:	1, 2 y 5

Opción II

1. Calcula la probabilidad de que ninguna de las tres lámparas de un semáforo tenga que cambiarse durante las primeras 1500 horas de funcionamiento, si la duración (en miles de horas) de cada una de ellas es una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k.[1-(x-2)^2] & si \quad 1 \le x \le 3 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Se supone que la duración de las tres lámparas son sucesos independientes.

2. Determina el rectángulo con lados paralelos a los ejes coordenados, inscrito en la elipse de ecuación $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, y que tenga área máxima.

3. Sea f: $\mathbb{Z}_3 \rightarrow \mathbb{Z}_3$ dada por $f(x) = 2^x$. Encontrar un polinomio P(x) de grado a lo sumo dos, con coeficientes en $\mathbb{Z}_3$, tal que P(x)= f(x).

4. El vuelo Madrid-Lisboa pasa directamente sobre mi casa a una altura de 8km. Si supongo que el avión va a una velocidad constante de 900km/h, ¿a qué velocidad cambia el ángulo de mi línea de visión con respecto al tiempo cuando el avión se aproxima a mí y está a una distancia horizontal de 6km?