

Procedimiento selectivo de ingreso al
Cuerpo de Profesorado de Enseñanza Secundaria
Comunidad Foral de Navarra
PRUEBA PRÁCTICA (parte 1A)

Código de cuerpo: 590	Especialidad: Matemáticas	Idioma: Castellano	Fecha: 19 de junio de 2021
--------------------------	------------------------------	-----------------------	-------------------------------

Problema 1. (2,5 puntos) Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

demostrar que $\forall n \geq 2$ se cumple

$$A^n = \begin{pmatrix} a^n & \binom{n}{1}a^{n-1}b & \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 \\ 0 & a^n & \binom{n}{1}a^{n-1}b \\ 0 & 0 & a^n \end{pmatrix}.$$

Problema 2. Dada la función eficiencia que viene expresada por

$$E(\phi) = \frac{tg\phi(1 - m \cdot tg\phi)}{m + tg\phi}$$

con $m \in (0, 1]$ fijo:

a) (1 punto) Probar que

$$\frac{dE}{d\phi} = \frac{m(1 + t^2)(a_0 + a_1t + a_2t^2)}{(m + t)^2},$$

donde $t = tg\phi$ y a_i son coeficientes a determinar que dependen de m .

b) (1 punto) Demostrar que

$$\frac{dE}{d\phi} = \frac{-m \cdot \sec^2\phi(-\cos(2\phi) + m \cdot \sen(2\phi))}{(m \cdot \cos\phi + \sen\phi)^2}.$$

c) (0,5 puntos) Calcular los valores de $\phi \in \mathbb{R}$ que dan la eficiencia máxima para cada m .

Problema 3. (2,5 puntos) La curva $y^3 - x^3 = 1$ y las tangentes a la misma en sus puntos de inflexión determinan una región acotada. Hallar su área.

Problema 4. El tiempo, en minutos, que un documento espera en una cola de impresión es una variable aleatoria continua, ζ , con la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} kx, & \text{si } 0 < x < 5 \\ k(10 - x), & \text{si } 5 < x < 10 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

- a) (0,5 puntos) Calcular el valor de k .
- b) (0,3 puntos) Calcular la probabilidad de que un documento tenga que esperar menos de 3 minutos.
- c) (0,3 puntos) Calcular la probabilidad de que un documento tenga que esperar más de 9 minutos.
- d) (0,3 puntos) Calcular la probabilidad de que un documento tenga que esperar entre 4 y 7 minutos.
- e) (0,3 puntos) Un documento lleva 4 minutos en la cola, ¿cuál es la probabilidad de que tenga que esperar al menos 3 minutos más?
- f) (0,3 puntos) Un documento lleva 6 minutos en la cola, ¿cuál es la probabilidad de que tenga que esperar más de 9 minutos?
- g) (0,5 puntos) Calcular el tiempo medio de espera.

Procedimiento selectivo de ingreso al Cuerpo de Profesorado
de Enseñanza Secundaria
Comunidad Foral de Navarra
PRUEBA PRÁCTICA (parte 1A)

Código de cuerpo: 590	Especialidad: Matemáticas	Idioma: Castellano	Fecha: 11 de julio de 2021
--------------------------	------------------------------	-----------------------	-------------------------------

Problema 1. (2,5 puntos) Dadas

$$f(x) = \left[\int_0^x e^{-t^2} dt \right]^2$$

y

$$g(x) = \int_0^1 \frac{e^{-x^2(1+t^2)}}{1+t^2} dt.$$

Demostrar que $F(x) = f(x) + g(x)$ es una constante y determinarla.

Problema 2. Sea $\mathbb{P}_3(t)$ el conjunto de los polinomios de grado menor o igual que 3 en la variable t . Se considera la aplicación:

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{P}_3(t) \text{ dada por } f(x, y, z) = xt^3 + yt + (y + z).$$

- (0,5 puntos) Demostrar que es una aplicación lineal.
- (0,5 puntos) Hallar la matriz coordenada de f respecto de las bases canónicas de \mathbb{R}^3 y de $\mathbb{P}_3(t)$.
- (0,75 puntos) ¿Es f biyectiva? Razónalo.
- (0,75 puntos) Hallar la matriz coordenada de f respecto de las bases $\mathcal{B} = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ y $\mathcal{B}' = \{t^3, t^2 + t, t + 1, 1\}$.

Problema 3. Sea ABC un triángulo acutángulo con $AB \neq AC$ y con baricentro G . Llamémosle M al punto medio de BC y consideramos la circunferencia con centro G y radio GM . Llamemos N a la intersección de la circunferencia con BC (distinta de M).

- a) (1,75 puntos) Calcular el punto simétrico de A con respecto de N .
- b) (0,75 puntos) Siendo S el punto simétrico del apartado a), demostrar que GS es perpendicular a BC .

Problema 4. Una enfermedad tiene una incidencia de un 2% en la población. Se ha creado un test con una fiabilidad del 90%.

- a) (0,75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de dar positivo en 2 test si se realizan 10 test?
- b) (0,75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de tener realmente la enfermedad si el resultado es positivo en el test?
- c) (1 punto) Si la enfermedad se extiende por la población y el 70% de los habitantes están enfermos, ¿cuál es la probabilidad de que al hacer 5 pruebas alguna sea positiva?