GOBIERNO de CANTABRIA
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL

Procedimiento selectivo de ingreso y accesos al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria
MATEMÁTICAS
19 de junio de 2021

Primera Prueba
Parte B: Prueba práctica

Opción 1

1. a) Demostrar que el subconjunto de $\mathbb{R}^4$ formado por todas las cuaternas (x, y, z, t) que satisfacen las relaciones

$$x + y + z + t = 0$$

$$x - y + z - t = 0$$

forman un subespacio vectorial de $(\mathbb{R}^4, +, \cdot\, \mathbb{R})$.

(10 puntos)

b) Probar que el sistema formado por los vectores $\overrightarrow{u_1}$ y $\overrightarrow{u_2}$ forman una base para dicho espacio, siendo $\overrightarrow{u_1}$ = (2, 1, -2, -1) y $\overrightarrow{u_2}$ = (1, 0, -1, 0).

(10 puntos)

c) Hallar las coordenadas del vector $\vec{u}$ = (4, 1, -4, -1) respecto de dicha base $\overrightarrow{u_1}$ y $\overrightarrow{u_2}$.

(5 puntos)

2. Calcular, aplicando el teorema del valor medio, los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{tg(a+x)-tg(a-x)}{arctg(a+x)-arctg(a-x)}$

(15 puntos)

b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{sen(a+x)}-e^{sena}}{sen(x+a)-sena}$

(10 puntos)

3. En la pantalla de un simulador de vuelo, que incluye un sistema de coordenadas 3D y en el que la Tierra se representa con el plano z = 0, se observa que un meteorito de pequeñas dimensiones se dirige hacia la Tierra. La trayectoria que describe el meteorito coincide con la recta:

$$r: (x, y, z) = (5, -10, 14) + t\,(-3, 14, -6), \quad t \in \mathbb{R}$$

a) ¿En qué punto tocará el suelo terrestre el meteorito?

(15 puntos)

b) Si el plano π: -4x + 5y =12 se ha fijado como separación entre las fronteras de España y Francia, ¿atravesará el meteorito la frontera?

(10 puntos)

4. Se venden 5 000 papeletas para una rifa a 1 € cada una. Si el único premio del sorteo es de 1 800 €, calcular el resultado de la esperanza matemática del beneficio que debe esperar una persona que compra 3 papeletas.

(25 puntos)

Opción 2

1. Sea f: $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un endomorfismo, tal que:

$$f(\overrightarrow{u_1}) = \overrightarrow{u_1} + 2\overrightarrow{u_2} - \overrightarrow{u_3}$$
$$f(\overrightarrow{u_2}) = -3\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2} + 5\overrightarrow{u_3}$$
$$f(\overrightarrow{u_3}) = -2\overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2} + 2\overrightarrow{u_3}$$

donde B = $\{\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{u_3}\}$ es una base para el espacio vectorial ($\mathbb{R}^3$, +, $\cdot$ $\mathbb{R}$). Hallar la matriz de la aplicación lineal f respecto de la base $B_1 = \{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_3}\}$, en la que las imágenes de los vectores $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$ y $\overrightarrow{v_3}$ se expresan en las columnas de la matriz, donde

$$\overrightarrow{v_1} = \overrightarrow{u_2} + \overrightarrow{u_3}$$
$$\overrightarrow{v_2} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_3}$$
$$\overrightarrow{v_3} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2}$$

(25 puntos)

2. Una confitería de Santander es famosa por sus dos especialidades de tartas: la tarta de chocolate y la tarta de limón. La tarta de chocolate requiere para su elaboración medio kilo de azúcar y 8 huevos y tiene un precio de venta de 8 €. La tarta de limón necesita 1 kilo de azúcar y 8 huevos y se vende a 10 € la unidad. En el almacén de la confitería quedaban 10 kilos de azúcar y 120 huevos.

¿Cuántas unidades de cada especialidad de tarta han de producirse para obtener el mayor ingreso por ventas?

(25 puntos)

3. Hallar la ecuación de la recta transformada de la recta r: $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ mediante una homotecia de centro C = (1, 2, -3) y razón k = 3

(25 puntos)

4. El 30% de un determinado pueblo de Cantabria ve un concurso que hay en televisión. Desde el concurso se llama por teléfono a 10 personas del pueblo elegidas al azar. Calcular la probabilidad de que, entre las 10 personas, estuvieran viendo el programa:

a) Más de ocho personas

(10 puntos)

b) Algunas de las diez personas

(10 puntos)

c) Calcular la media y desviación típica de la distribución del número de éxitos en las 10 llamadas

(5 puntos)